

Facoltà di Ingegneria

Prova scritta di Fisica II – 20.02.2007

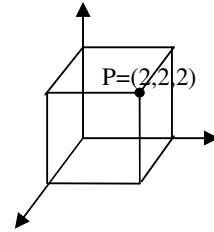
Nota: $\epsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12} \frac{C^2}{Nm^2}$, $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{Tm}{A}$

Esercizio n. 1

Dato il campo elettrico $\vec{E} = \hat{i} x y^2 z^3$ (V/m) si determini la densità di carica ρ nel punto $P=(2,2,2)$ e la carica totale in un cubo avente spigoli coincidenti con gli assi coordinati e di lunghezza 2 m ed un vertice nel punto $(0,0,0)$.

Ricordando che $\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$, si risponda quindi alle seguenti domande:

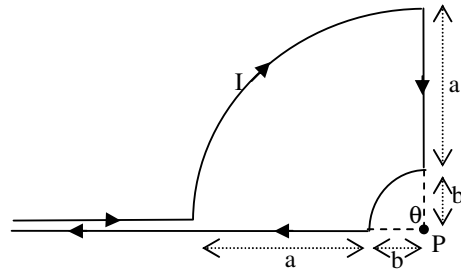
1. La densità di carica nel punto $P = (2,2,2)$ risulta
 - A. $3.4 \cdot 10^{-10} C/m^3$
 - B. $5 \cdot 10^{-9} C/m^3$
 - C. $2.8 \cdot 10^{-10} C/m^3$ (*)
 - D. $0.5 \cdot 10^{-10} C/m^3$
2. La carica totale contenuta nel cubo di lati 2 m vale
 - A. $1.9 \cdot 10^{-10} C$ (*)
 - B. $3 \cdot 10^{-7} C$
 - C. $4 \cdot 10^{-6} C$
 - D. $5.7 \cdot 10^{-9} C$



Esercizio n. 2

La spira in figura è formata da segmenti radiali e segmenti circolari centrati nel punto P. Si ricavi il campo magnetico in funzione di a, b, $\theta = \pi/2$, I. Si determini il campo magnetico nel punto P e si risponda quindi alle seguenti domande.

3. Il campo magnetico nel punto P è diretto
 - A. Parallelamente al foglio e verso destra
 - B. Parallelamente al foglio e verso sinistra
 - C. Perpendicolarmente al foglio ed entrante
 - D. Perpendicolarmente al foglio ed uscente (*)
4. Il campo generato dalla corrente I in un tratto di arco di apertura θ e raggio R, nel centro dell'arco, ha espressione:



- A. $B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I}{R} \theta$ (*)
 - B. $B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I}{R^2} \theta$
 - C. $B = \frac{1}{4\pi\mu_0} \frac{I}{R} \theta$
 - D. $B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{1}{RI} \theta^2$
5. Il modulo del campo magnetico generato nel punto P dalla corrente nel tratto di filo rettilineo e verticale della figura vale
 - A. 0 (*)
 - B. $B = \frac{\mu_0 I}{2} \frac{1}{a}$
 - C. $B = \frac{\mu_0 I}{4\pi a}$
 - D. $B = \frac{\mu_0 I}{4\pi a^2}$
6. Il modulo del campo magnetico B nel punto P della figura vale
 - A. $B = \frac{\mu_0 I}{2} \left(\frac{1}{a^2} - \frac{1}{b+a} \right)$
 - B. $B = \frac{\mu_0 I}{8} \left(\frac{1}{b} - \frac{1}{(a+b)} \right)$ (*)

$$C. \quad B = \frac{\mu_0 I}{8} \left(\frac{b}{a} - \frac{a}{b} \right)$$

$$D. \quad B = \frac{I}{\mu_0 4} \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b} \right)$$

Esercizio n. 3

Si consideri un conduttore rettilineo infinitamente lungo percorso da una corrente di intensità I . Nello stesso piano del filo si trova una spira quadrata di lato a e di resistenza complessiva R . Due lati della spira sono paralleli al filo rettilineo e sono tali che il centro O del quadrato è a distanza b dal filo (vedi figura). Calcolare in funzione di I , a , b il flusso prodotto dal filo attraverso la spira. Dedurre il coefficiente di mutua induzione.

Supponendo che la spira si muove ortogonalmente al filo con velocità costante \vec{v}_0 , determinare la forza elettromotrice indotta nella spira quadrata e calcolarla numericamente nel caso in cui $b = a$.

Dati numerici : $I = 100A$, $v_0 = 3m/s$.

Rispondere quindi alle seguenti domande:

7. Il campo magnetico generato dalla corrente I nel filo rettilineo indefinito nel centro della spira quadrata ha espressione

$$A. \quad B = \frac{\mu_0 I}{2\pi b^2}$$

$$B. \quad B = \frac{I}{4\pi\mu_0 b}$$

$$C. \quad B = \frac{\mu_0}{4\pi b}$$

$$D. \quad B = \frac{\mu_0 I}{2\pi b} (*)$$

8. Il flusso del campo magnetico prodotto dalla corrente I nel filo rettilineo indefinito attraverso la spira quadrata risulta :

$$A. \quad \Phi = \frac{\mu_0 I}{2\pi} a$$

$$B. \quad \Phi = \frac{\mu_0 I}{2\pi} a \ln \left(\frac{2b+a}{2b-a} \right) (*)$$

$$C. \quad \Phi = \frac{\mu_0 I}{2\pi} a \left(\frac{2b+a}{2b-a} \right)$$

$$D. \quad \Phi = \frac{\mu_0 I}{2\pi} a \ln \left(\frac{b+a}{b-a} \right)$$

9. Il coefficiente di mutua induzione tra il filo e la spira vale:

$$A. \quad M = \frac{\mu_0}{2\pi} a \ln \left(\frac{2b+a}{2b-a} \right) (*)$$

$$B. \quad M = \frac{\mu_0}{2\pi} a^2 \ln \left(\frac{2b+a}{2b-a} \right)$$

$$C. \quad M = \frac{1}{4\mu_0 \pi} a \ln \left(\frac{2b+a}{2b-a} \right)$$

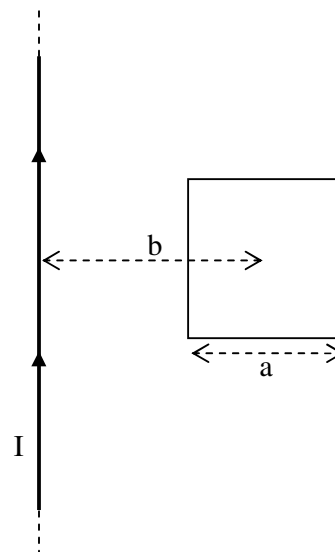
$$D. \quad M = \frac{\mu_0}{2\pi} a \ln \left(\frac{b-a}{b+a} \right)$$

10. Quando la spira si muove con velocità \vec{v}_0 , la forza elettromotrice in essa indotta ha espressione:

$$A. \quad \text{fem} = \frac{2\mu_0}{\pi} I v_0 \frac{a}{4b^2 + a^2}$$

$$B. \quad \text{fem} = \frac{2\mu_0}{\pi} I v_0 \frac{a^2 - b}{4b^2}$$

$$C. \quad \text{fem} = \frac{2\mu_0}{\pi} I v_0 \frac{a^2}{4b^2 - a^2} (*)$$



$$D. \text{ fem} = \frac{8\mu_0}{\pi} I v_0 \ln\left(\frac{a^2}{b^2 - a^2}\right)$$

11. Quando la spira si muove con velocità \vec{v}_0 , e $b=a$, la forza elettromotrice in essa indotta vale:

- A. $20\mu\text{V}$
- B. $40\mu\text{V}$
- C. $80\mu\text{V}$ (*)
- D. $100\mu\text{V}$

Esercizio n. 4

Due cariche puntiformi $q_1 = 2 \cdot 10^{-5} \text{ C}$ e $q_2 = -4 \cdot 10^{-5} \text{ C}$ si trovano nel vuoto rispettivamente nei punti $A=(1,3,-1)$ e $B=(-3,1,-2)$ di un sistema di coordinate cartesiane. Si determini il campo elettrico generato da tali cariche nel punto $P=(3,1,-2)$ e la forza che agisce su una carica di $Q = 8 \cdot 10^{-5} \text{ C}$ collocata in questo punto. Le distanze sono espresse in metri.

Si risponda quindi alle seguenti domande:

12. Il campo elettrico in V/m nel punto P ha espressione:

- A. $\frac{10^{-5}}{108\pi\epsilon_0} (\hat{i} - 4\hat{j} - 2\hat{k})$ (*)
- B. $\frac{10^{-5}}{108\pi\epsilon_0} (\hat{i} - 10\hat{j} - \hat{k})$
- C. $\frac{10^{-5}}{8\pi\epsilon_0} (\hat{i} + 2\hat{j} - 3\hat{k})$
- D. $\frac{10^{-5}}{108\pi\epsilon_0} (\hat{i} - 24\hat{j})$

13. La forza in N sulla carica Q vale:

- A. $\frac{10^{-5}}{27\pi\epsilon_0} (-8\hat{j} - 4\hat{k})$
- B. $\frac{10^{-10}}{\pi\epsilon_0} (2\hat{i} - 8\hat{j} - \hat{k})$
- C. $\frac{10^{-10}}{27\pi\epsilon_0} (2\hat{i} + 8\hat{j} + 16\hat{k})$
- D. $\frac{10^{-10}}{27\pi\epsilon_0} (2\hat{i} - 8\hat{j} - 4\hat{k})$ (*)

Esercizio n. 5

Il filo della figura percorso dalla corrente, $I = 5 \text{ A}$, è immerso in un campo magnetico uniforme di modulo $B=0.15 \text{ T}$ parallelo al piano del foglio. Calcolare la forza su ciascuno dei tratti (AB, BC, CD, DE) del filo.

$CB = 0.16 \text{ m}$, $\alpha = 30^\circ$.

Si risponda quindi alle seguenti domande:

14. La forza sul tratto di filo AB ha modulo:

- A. 0 N (*)
- B. 0.05 N
- C. 3.4 N
- D. 10.5 N

15. La forza sul tratto di filo BC ha modulo:

- A. 0 N
- B. 0.05 N
- C. 0.12 N (*)
- D. 10.5 N

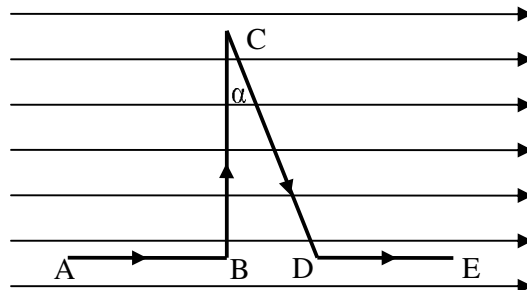
16. La forza sul tratto di filo CD ha modulo:

- A. 0 N
- B. 0.136 N
- C. 5.12 N
- D. 10.5 N

risposta non presente valore 0.12 N

17. La forza risultante sul filo ha modulo:

- A. 0 N (*)
- B. 0.016 N



- C. 3.12 N
 - D. 7.5 N
18. La forza risultante sul filo della figura è diretta:
- A. Parallelamente al foglio verso destra
 - B. Parallelamente al foglio verso sinistra
 - C. Perpendicolarmente al foglio ed entrante
 - D. Perpendicolarmente al foglio ed uscente
- risposta non presente*

Altre domande:

19. "Campo elettrostatico conservativo" significa che:
- A. il campo è costante nel tempo
 - B. il campo non dipende dalla posizione spaziale
 - C. il lavoro compiuto dal campo su una carica puntiforme è indipendente dal percorso seguito dalla carica (*)
 - D. il lavoro compiuto dal campo su una carica puntiforme è nullo per ogni cammino scelto
20. la capacità di un condensatore dipende
- A. dal metallo di cui sono fatte le armature
 - B. dal dielettrico compreso tra le armature (*)
 - C. dalla differenza di potenziale applicata alle armature
 - D. dalla carica elettrica sulle armature.
21. la forza che si esercita tra due cariche puntiformi uguali, Q_1 e $-Q_2$ poste nel vuoto a distanza R risulta:
- A. dipendere dal reciproco del quadrato della distanza (*)
 - B. dipendere dalla distanza elevata al cubo
 - C. non dipendere dalla distanza
 - D. dipendere dal reciproco della distanza
22. in un materiale conduttore carico all'equilibrio elettrostatico si verifica che:
- A. la carica in eccesso si distribuisce esclusivamente sulla superficie del conduttore (*)
 - B. la carica in eccesso si distribuisce uniformemente in tutto il volume del conduttore
 - C. la carica in eccesso rimane localizzata al centro del conduttore
 - D. la carica in eccesso rimane localizzata nel punto del conduttore dove è stata depositata
23. un bipolo (dispositivo con due terminali) segue la legge di Ohm se:
- A. la corrente è proporzionale alla tensione applicata (*)
 - B. la corrente è inversamente proporzionale alla tensione applicata
 - C. la corrente è proporzionale al quadrato della tensione applicata
 - D. la corrente varia esponenzialmente con la tensione applicata
24. Le linee di forza del campo elettrico sono
- A. tangenti alle superfici equipotenziali
 - B. perpendicolari alle superfici equipotenziali (*)
 - C. possono formare un angolo qualsiasi con le superfici equipotenziali
 - D. nulle sulle superfici equipotenziali
25. Non è sorgente di campo magnetico
- A. una corrente continua
 - B. una corrente variabile nel tempo
 - C. una carica ferma rispetto al sistema inerziale di osservazione (*)
 - D. un campo elettrico variabile nel tempo
26. Un condensatore lascia passare
- A. una corrente continua
 - B. una corrente alternata (*)
 - C. una carica elettrica positiva
 - D. una carica elettrica negativa

Soluzioni

Esercizio n.1

Soluzione : da $\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$ segue $\epsilon_0 (\vec{\nabla} \cdot \vec{E}) = \rho$ $\epsilon_0 (\vec{\nabla} \cdot \vec{E}) = \epsilon_0 \left(\frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z} \right) = \epsilon_0 \left(\frac{\partial}{\partial x} (xy^2z^3) \right) = \epsilon_0 y^2 z^3$

Quindi $\rho(2,2,2) = 2^2 \cdot 2^3 \epsilon_0 = 32 \epsilon_0 = 2.8 \cdot 10^{-10} \frac{C}{m^3}$;

La carica contenuta nel cubo è

$$Q = \int \rho dV = \epsilon_0 \int y^2 z^3 dx dy dz = \epsilon_0 \int_0^2 dx \int_0^2 y^2 dy \int_0^2 z^3 dz = \epsilon_0 (2) \left(\frac{y^3}{3} \right)_0^2 \left(\frac{z^4}{4} \right)_0^2 = \epsilon_0 \cdot 2 \cdot \frac{8}{3} \cdot \frac{16}{4} = \epsilon_0 \cdot \frac{64}{3} = 1.9 \cdot 10^{-10} C$$

Esercizio n.2

Per la formula di Laplace $d\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{d\vec{s} \wedge \vec{r}}{r^3}$ i due tratti rettilinei di filo non contribuiscono al campo magnetico in P

perché $d\vec{s}$ è perpendicolare ad \vec{r} e quindi $d\vec{s} \wedge \vec{r} = 0$.

Le corrente dei due tratti a forma di quarto di circonferenza produce in P un campo (si ricordi che la corrente in un arco

di apertura θ e raggio R produce nel centro dell'arco un campo magnetico di intensità $B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I}{R} \theta$):

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{8} \left(\frac{1}{b} - \frac{1}{(a+b)} \right) \hat{k}$$

dove \hat{k} è un versore perpendicolare al foglio e di verso uscente. Il termine in parentesi è positivo, quindi il campo magnetico in P è uscente dal foglio.

Esercizio n. 3

Il flusso del campo magnetico prodotto dal filo attraverso la spira quadrata vale

$$\Phi = \int_0^a dy \int_{b-a/2}^{b+a/2} \frac{\mu_0 I}{2\pi x} dx = \frac{\mu_0 I}{2\pi} a \ln \frac{2b+a}{2b-a}$$

Il coefficiente di mutua induzione tra il filo e la spira è per definizione $M = \frac{\Phi}{I} = \frac{\mu_0}{2\pi} a \ln \frac{2b+a}{2b-a}$

Quando la spira si muove con velocità \vec{v}_0 la forza elettromotrice in essa indotta ha modulo

$$fem = \frac{d\Phi}{dt} = \frac{d\Phi}{db} \frac{db}{dt} = \frac{2\mu_0}{\pi} I v_0 \frac{a^2}{4b^2 - a^2} \quad \text{essendo} \quad \frac{db}{dt} = v_0$$

Quando $b=a$, risulta $fem = \frac{2\mu_0}{\pi} I v_0 \frac{a^2}{4a^2 - a^2} = \frac{2\mu_0}{3\pi} I v_0 = 80 \mu V$

Esercizio n.4

Siano $\vec{R}_1 = \hat{i} + 3\hat{j} - \hat{k}$, $\vec{R}_2 = -3\hat{i} + \hat{j} - 2\hat{k}$, $\vec{R} = 3\hat{i} + \hat{j} - 2\hat{k}$ i vettori posizione dei punti A, B e P rispettivamente.

Applicando il principio di sovrapposizione si ha e utilizzando l'espressione del campo di una carica puntiforme:

$$\vec{E}(P) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left[q_1 \frac{\vec{R} - \vec{R}_1}{(\vec{R} - \vec{R}_1)^3} + q_2 \frac{\vec{R} - \vec{R}_2}{(\vec{R} - \vec{R}_2)^3} \right] = \frac{10^{-5}}{108\pi\epsilon_0} (\hat{i} - 4\hat{j} - 2\hat{k}) \quad (V/m)$$

La forza sulla carica Q posta nel punto P di conseguenza vale

$$\vec{F} = Q \vec{E}(P) = 8 \cdot 10^{-5} \frac{10^{-5}}{108\pi\epsilon_0} (\hat{i} - 4\hat{j} - 2\hat{k}) = \frac{10^{-10}}{27\pi\epsilon_0} (2\hat{i} - 8\hat{j} - 4\hat{k}) \quad (C)$$

Esercizio n.5

La forza su ciascun tratto di filo si ottiene dalla formula di Laplace $\vec{F} = I \vec{L} \wedge \vec{B}$.

Da essa segue subito che su AB e BC non vi è alcuna forza perché \vec{L} e \vec{B} sono paralleli e il loro prodotto vettoriale è nullo.

Detto \vec{k} un versore ortogonale al piano del foglio ed uscente, risulta:

$$\vec{F}_{BC} = -I (\overline{BC}) B \hat{k} = -5A \cdot 0.16m \cdot 0.15T \hat{k} = -0.12 \hat{k} \quad (N)$$

$$\vec{F}_{CD} = I (\overline{CD}) B \sin 60^\circ \hat{k} = 5A \frac{0.16m}{\cos 30^\circ} \cdot 0.15T \sin 60^\circ \hat{k} = 0.12 \hat{k} \quad (N)$$

La forza risultante sul filo è quindi $\vec{F} = (0.12 - 0.12) \hat{k} = 0$